全品 教辅图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学7 | 选择性必修第三册 RJB

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录 全品智能作业 · 数学 RJB

素养测评卷

第五章　数列

5.1　数列基础

5.1.1　数列的概念

基础夯实篇

1. 下列有关数列的说法中正确的是 (　　)

①数列 1,2,3 可以表示成$\{1,2,3\}$;

②数列$-1,0,1$与数列$1,0,-1$是相同的数列;

③数列$\left\{\frac{1}{n}\right\}$的第$k-1(k\geqslant 2)$项是$\frac{1}{k-1}$;

④数列中的每一项都与它的序号有关.

A. ①②　　B. ③④

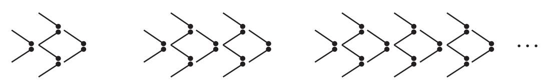
C. ①③　　D. ②④

2. 已知数列$\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{7},\cdots,\sqrt{2n+1},\cdots$,则 7 是这个数列的 (　　)

A. 第 20 项　　B. 第 21 项

C. 第 22 项　　D. 第 24 项

3. 用火柴棒摆"金鱼",如图所示.



①　　②　　③

按照上面的规律,摆第 n 个"金鱼"需要火柴棒的根数为 (　　)

A. $6n-2$　　B. $8n-2$

C. $6n+2$　　D. $8n+2$

4. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=6n-4$,数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=2^n$,则在数列$\{a_n\}$的前 100 项中与数列$\{b_n\}$中的项相等的有 (　　)

A. 5 项　　B. 6 项

C. 34 项　　D. 50 项

5. (多选题)已知$n\in\mathbf{N}^*$,下列能作为数列 0,1,0,1,0,1,…的通项公式的是 (　　)

A. $a_n=\begin{cases}0,n\text{ 为奇数},\\1,n\text{ 为偶数}\end{cases}$

B. $a_n=\dfrac{1+(-1)^n}{2}$

C. $a_n=\dfrac{1+\cos n\pi}{2}$

D. $a_n=\left|\sin\dfrac{n\pi}{2}\right|$

6. (多选题)在下面四个数列中,既是无穷数列又是递增数列的是 (　　)

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots,\frac{1}{n},\cdots$

B. $\sin\frac{1}{7}\pi,\sin\frac{2}{7}\pi,\sin\frac{3}{7}\pi,\cdots,\sin\frac{n}{7}\pi,\cdots$

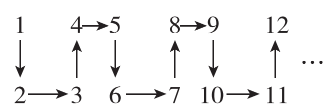
C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots,-\frac{1}{2^{n-1}},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{n},\cdots$

7. 已知数列$\{a_n\}$的前三项依次为 2,2,3,$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=pn^2+qn+r$,则$a_{2024}=$________.

素养提能篇

8. 若把正整数按如图所示的规律排列,则从 2024 到 2026 的箭头方向依次为 (　　)



A. ↓→　　B. →↓

C. ↑→　　D. →↑

9. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传"大衍之数五十"的推论,主要用于解释我国传统文化中的太极衍生原理,数列中的每一项都代表太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和.已知该数列的前 10 项是 0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,则大衍数列(设为$\{a_n\}$)中奇数项满足的关系式可以为 (　　)

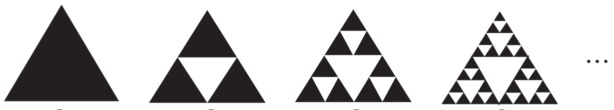
A. $a_n=\dfrac{n^2-n}{2}(n=2k-1,k\in\mathbf{N}^*)$

B. $a_n=\dfrac{n^2-1}{2}(n=2k-1,k\in\mathbf{N}^*)$

C. $a_n=\dfrac{(n-1)^2}{2}(n=2k-1,k\in\mathbf{N}^*)$

D. $a_n=\dfrac{n^2}{2}(n=2k-1,k\in\mathbf{N}^*)$

10. 如图是谢尔宾斯基三角形,在所给的四个三角形图案中,黑色小三角形的个数构成数列$\{a_n\}$的前4项,则$\{a_n\}$的通项公式可以是 ( )



①　②　③　④

A. $a_n=3^{n-1}$　　B. $a_n=2n-1$

C. $a_n=3^n$　　D. $a_n=2^{n-1}$

11. 若数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式分别为$a_n=(-1)^{n+2024}a$,$b_n=2+\frac{(-1)^{n+2025}}{n}$,且$a_n<b_n$对任意$n\in\mathbf{N}^*$恒成立,则实数$a$的取值范围为 ( )

A. $[-2,1)$　　B. $\left[-2,\frac{3}{2}\right)$

C. $\left[-1,\frac{1}{2}\right)$　　D. $[-1,1)$

12. 已知$\{x_n\}$是递增数列,且$x_n\geqslant 0$,则关于数列$\{x_n\}$,对任意的正整数p,q,下列结论不可能成立的是 ( )

A. $x_{pq}=px_q+qx_p$　　B. $x_{p+q}=px_q+qx_p$

C. $x_{pq}=x_p+x_q-1$　　D. $x_{p+q}=2x_px_q$

13. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n+\frac{1}{n}(n\in\mathbf{N}_+)$,则下列说法中正确的是 ( )

A. $\{a_n\}$是无穷数列　　B. $\{a_n\}$是递增数列

C. $\{a_n\}$不是常数列　　D. $\{a_n\}$中有最大项

14. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$,则$\sqrt{10}-3$是此数列的第________项.

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{9n^2-9n+2}{9n^2-1}$.

(1)求这个数列的第20项.

(2)$\frac{95}{103}$是不是该数列中的项?为什么?

(3)求证:数列中各项的值都在区间$(0,1)$内.

16. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n(n-8)-20$,$n\in\mathbf{N}_+$,请回答下列问题:

(1)若$a_n<0$,求n的最大值.

(2)数列$\{a_n\}$从第几项开始递增?

(3)数列$\{a_n\}$中的项有无最小值?若有,求出最小值;若无,请说明理由.

思维训练篇

17. 已知数列$\{a_n\}$$(0\leqslant a_1<a_2<\cdots<a_n,n\geqslant 3)$具有性质$P$:对任意$i,j(1\leqslant i\leqslant j\leqslant n)$,$a_j+a_i$与$a_j-a_i$两数中至少有一个是该数列中的一项.则下列说法错误的是 ( )

A. 数列0,1,3具有性质P

B. 数列0,2,4,6具有性质P

C. 若数列$\{b_n\}$具有性质P,则$b_1=0$

D. 若数列$c_1,c_2,c_3(0\leqslant c_1<c_2<c_3)$具有性质$P$,则$c_1+c_3=2c_2$

18. 已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数,T_n为数列$\{a_n\}$的前n项的乘积,且$a_1=3$,$T_n^2=a_n^{n+1}$,数列$\{b_n\}$满足$b_n=ka_n-n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\{b_n\}$为递增数列,求实数k的取值范围.

5.1.2 数列中的递推

基础夯实篇

1. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_{n-1}=\dfrac{6}{2a_n+1}(n\geqslant 2)$,则$a_3=$ ( )

A. $\dfrac{7}{10}$ B. $\dfrac{6}{5}$

C. $\dfrac{30}{17}$ D. $\dfrac{5}{2}$

2. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$不满足的递推关系式是 ( )

A. $a_n=a_{n-1}+2(n\geqslant 2)$

B. $a_n=2a_{n-1}-a_{n-2}(n\geqslant 3)$

C. $2(a_n-2)=a_{n-1}(a_n-a_{n-1})(n\geqslant 2)$

D. $a_n=2a_{n-1}(n\geqslant 2)$

3. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$,则$\{a_n\}$的通项公式为 ( )

A. $a_n=2n$

B. $a_n=2n-1$

C. $a_n=3n-2$

D. $a_n=\begin{cases}1,n=1,\\2n,n\geqslant 2\end{cases}$

4. 在数列$\{a_n\}$中,$a_{n+1}=a_{n+2}-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,若$a_1=2$,$a_2=5$,则$a_5=$ ( )

A. -3 B. -11

C. -5 D. 19

5. 已知数列$\{a_n\}$满足对任意$m,n\in\mathbf{N}^*$,都有$a_m-a_n=2(n-m)$成立,且数列$\{a_n\}$的前8项和$S_8=0$,则$a_1=$ ( )

A. 6 B. 5

C. 8 D. 7

6. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=(n-1)2^n+1$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

7. 已知$f(x)=\dfrac{1}{1+x}$,$x>0$,各项均为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+2}=f(a_n)$.若$a_{1010}=a_{1012}$,则$a_{2024}+a_5=$________.

素养提能篇

8. 若数列$\{a_n\}$满足$a_{2n}=a_{2n-1}+a_{2n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则称$\{a_n\}$为"Y型数列",则下列数列不可能是"Y型数列"的是 ( )

A. $-1,0,1,0,-1,0,1,\cdots$

B. $1,2,1,3,5,2,3,\cdots$

C. $0,0,0,0,0,0,0,\cdots$

D. $2,1,-1,0,1,2,1,\cdots$

9. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_n=(3n-19)\cdot 5^n$,则当S_n最小时,n的值为 ( )

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 在数列$\{a_n\}$中,若$a_2=2$,$a_n=(n+2)(a_{n+1}-a_n)$,则$a_{2024}=$ ( )

A. 1012 B. 1013

C. 2023 D. 2024

11. 若数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_n=\dfrac{3}{3n-13}$,$n\in\mathbf{N}^*$,则下列说法中正确的是 ( )

A. a_n,S_n都有最小值

B. a_n,S_n都有最大值

C. a_n,S_n都无最小值

D. a_n,S_n都无最大值

12. (多选题)若数列$\{a_n\}$满足$\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\leqslant 2(n\in\mathbf{N}^*)$,则称$\{a_n\}$是"紧密数列".若$\{a_n\}(n=1,2,3,4)$是"紧密数列",且$a_1=1$,$a_2=\dfrac{3}{2}$,$a_3=x$,$a_4=4$,则$x$的值可以是 ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. $\dfrac{7}{2}$

13. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{1}{3}$,$a_n=\dfrac{2n-3}{2n+1}a_{n-1}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足a_1是正整数,且$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2},a_n\text{为偶数},\\3a_n+1,a_n\text{为奇数},\end{cases}$ $n\in\mathbf{N}^*$,若$a_1+a_2+a_3=2023$,则a_1的所有可能取值的和为________.

15. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{6}{7}$，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n,0\leqslant a_n<\frac{1}{2},\\2a_n-1,\frac{1}{2}\leqslant a_n<1,\end{cases}$求$a_{2024}+a_{2025}$的值.

16. 已知各项均不为0的数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{2}$，$a_na_{n-1}=a_{n-1}-a_n(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

17. (多选题)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=m$(m为正整数)，$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}(a_n\text{为偶数}),\\3a_n+1(a_n\text{为奇数}).\end{cases}$若$a_6=1$，则$m$的取值可以为 ( )

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 32

18. 已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，对任意$x,y\in\mathbf{R}$，$f(x+y)=f(x)+f(y)$恒成立，且$f(1)=2$，数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$，$a_n=f(n)(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

5.2 等差数列

5.2.1 等差数列

第 1 课时 等差数列的定义和通项公式

基础夯实篇

1. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=a_n+6$,则$a_5=$ ( )

A. 25　　B. 30

C. 32　　D. 64

2. 已知等差数列 40,37,34,…,则这个数列的第 6 项是 ( )

A. 28　　B. 25

C. 24　　D. 22

3. 已知数列$\{a_n\}$是首项为 4,公差为 3 的等差数列,若$a_n=2023$,则n的值为 ( )

A. 671　　B. 673

C. 674　　D. 675

4. 已知等差数列$\{a_n\}$的前三项为$a-1$,$a+1$,$2a+1$,则此数列的通项公式为 ( )

A. $a_n=2n-5$

B. $a_n=2n-3$

C. $a_n=2n-1$

D. $a_n=2n+1$

5. 已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{n+2}-\frac{a_n}{n+1}=1(n\in\mathbf{N}^*)$,且$a_2=3$,则$a_{2025}=$ ( )

A. 2024　　B. 2025

C. 2024^2-1　　D. 2025^2-1

6. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=1$,公差$d=6$,在$\{a_n\}$中相邻两项之间都插入k个数,使它们和原数列的数一起构成一个新的等差数列$\{b_n\}$,则下列说法正确的有 ( )

A. $a_n=6n-5$

B. 当$k=2$时,$b_n=2n-1$

C. 当$k=2$时,b_{19}不是数列$\{a_n\}$中的项

D. 当$k=6$时,b_8是数列$\{a_n\}$中的项

7. 在数列$\{a_n\}$中,若$\sqrt{a_{n+1}}=\sqrt{a_n}+\sqrt{2}$,$a_1=8$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为____________.

素养提能篇

8. 若数列$\{a_n\}$是等差数列,则下列数列不一定是等差数列的是 ( )

A. $\{|a_n|\}$

B. $\{a_{n+1}-a_n\}$

C. $\{pa_n+q\}$(p,q为常数)

D. $\{2a_n+n\}$

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为$\frac{2\pi}{3}$,集合$S=\{y|y=\sin a_n,n\in\mathbf{N}^*\}$,若$S=\{a,b\}$,则$ab=$ ( )

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 0　　D. 1

10. 在 1,2,3,…,2024 这 2024 个自然数中将能被 2 除余 1,且被 3 除余 1 的数按从小到大的次序排成一列,构成数列$\{a_n\}$,则$a_{50}=$ ( )

A. 289　　B. 295

C. 301　　D. 307

11. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的首项为 1,公差为$d(d\in\mathbf{N}^*)$,若 61 是该数列中的一项,则公差d的值可能为 ( )

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

12. (多选题)在数列$\{a_n\}$中,若$a_1=1$,$a_2=\frac{1}{2}$,$\frac{2}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{a_{n+2}}(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ( )

A. $\{a_n\}$是等差数列　　B. $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$是等差数列

C. $a_n=\frac{1}{n}$　　D. $a_n=n$

13. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}+a_n=6n+1(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_1+a_6=$________.

14. 已知等差数列$\{a_n\}$的首项为a,公差为$b(a,b\in\mathbf{N}^*)$,且$a_2<ab<a_3$,写出一个满足条件的数列$\{a_n\}$的通项公式:____________.

15. 已知成等差数列的四个数之和为 26,第二个数和第三个数之积为 40,求这四个数.

16. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=5$,$a_n=2a_{n-1}+2^{n-1}$($n\geqslant 2$,$n\in\mathbf{N}_+$).

(1)求 a_2,a_3 的值.

(2)是否存在实数 λ,使得数列$\left\{\frac{a_n+\lambda}{2^n}\right\}$为等差数列?若存在,求出 λ 的值;若不存在,请说明理由.

思维训练篇

17. 设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,若数列$\{2^{a_1a_n}\}$为递减数列,则 ( )

A. $d<0$　　B. $d>0$

C. $a_1d<0$　　D. $a_1d>0$

18. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{5}$,且当 $n>1$,$n\in\mathbf{N}^*$ 时,有$\frac{a_{n-1}}{a_n}=\frac{2a_{n-1}+1}{1-2a_n}$,设 $b_n=\frac{1}{a_n}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求证:数列$\{b_n\}$为等差数列.

(2)试问 a_1a_2 是否是数列$\{a_n\}$中的项?如果是,求出是第几项;如果不是,请说明理由.

第2课时　等差数列的性质

基础夯实篇

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,a_1,a_{2024}为方程$x^2-7x+6=0$的两个根,则a_2+a_{2023}等于　(　　)

A. 6　　B. 13

C. 7　　D. 42

2. 等差数列$1,2a,4a^2,\cdots$的第5项为　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. 5　　D. 16

3. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_{14}=18,a_2=3$,则$a_{10}=$　(　　)

A. 10　　B. 11

C. 12　　D. 13

4. 已知$\{a_n\}$为等差数列,则“$\{a_n\}$为递增数列”是“$a_1<a_2$”的　(　　)

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 已知某等差数列共有10项,其奇数项之和为15,偶数项之和为30,则其公差d为　(　　)

A. 5　　B. 4

C. 3　　D. 2

6. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d>0$,则下列说法中正确的是　(　　)

A. 数列$\{a_n\}$是递增数列

B. 数列$\{|a_n|\}$是递增数列

C. 数列$\{a_n^2\}$是递增数列

D. 数列$\{a_n+3nd\}$是递增数列

7. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_{11}-a_8=3,a_{10}=1$,则使$a_n>0$成立的正整数n的最小值是________.

素养提能篇

8. 在等差数列$\{a_n\}$中,“$k=9$”是“$a_7+a_{11}=2a_k$”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 已知点$(n,a_n)(n\in\mathbf{N}^*)$在直线$3x-y-24=0$上,则在数列$\{a_n\}$中有　(　　)

A. $a_7+a_9>0$

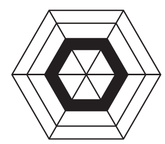
B. $a_7+a_9<0$

C. $a_7+a_9=0$

D. $a_7\cdot a_9=0$

10. 图①是程阳永济桥,又名“程阳风雨桥”,因为过往行人能够躲避风雨而得名.已知程阳永济桥上的塔从上往下看,其边界构成的曲线可以看作正六边形结构,如图②所示,设各层的正六边形的边长均为整数,从内往外各正六边形的边长依次成等差数列,若这四层正六边形的周长之和为156,且图②中阴影部分的面积为$\frac{33\sqrt{3}}{2}$,则最外层正六边形的周长为　(　　)

①



②

A. 30　　B. 42

C. 48　　D. 54

11. (多选题)有两个等差数列$2,6,10,\cdots,190$和$2,8,14,\cdots,200$,将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列,则对这个新数列的说法正确的是　(　　)

A. 构成的新数列是等差数列,其公差为10

B. 构成的新数列是等差数列,其公差为12

C. 该数列共有16项

D. 该数列共有18项

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq0$,且$a_2^2=a_1\cdot a_4$,则$\frac{a_1+a_4+a_7}{a_2+a_5+a_8}=$________.

13. 已知$(2+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+\cdots+a_nx^n$,其中$n\in\mathbf{N}^*$,且$a_0,a_1,a_3$成等差数列,则$n=$________,$a_4=$________.

14. 已知函数$f(x)=2^x$,等差数列$\{a_n\}$的公差$d=2$,若$f(a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10})=4$,则$\log_2[f(a_1)\cdot f(a_2)\cdot f(a_3)\cdot\cdots\cdot f(a_{10})]=$________.

15. 在等差数列$\{a_n\}$中，首项$a_1=3$，公差$d=-5$，依次取出项的序号被4除余3的项组成数列$\{b_n\}$.

(1)求b_1和b_2.

(2)求数列$\{b_n\}$的通项公式.

(3)数列$\{b_n\}$中的第110项是$\{a_n\}$的第几项？

16. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_3=12$，$a_2=6$，$\frac{1}{2a_n}$为$\frac{1}{a_{n+2}}$与$\frac{8}{a_na_{n+2}}$的等差中项，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

17. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为0，$a_{2024}=0$，给定正整数m，使得对任意的$n\in\mathbf{N}^*$($n<m$且$m>2$)都有$a_1+a_2+\cdots+a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{m-n}$成立，则$m$的值为 ( )

A. 4047　　B. 4046

C. 2024　　D. 4048

18. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，b_n为数列$\{S_n\}$的前n项积，已知$\frac{2}{S_n}+\frac{1}{b_n}=2$.

(1)证明：数列$\{b_n\}$是等差数列；

(2)求$\{a_n\}$的通项公式.

5.2.2 等差数列的前 n 项和

第 1 课时 等差数列的前 n 项和公式

基础夯实篇

1. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，且 $a_1=1$，$a_5=9$，则数列$\{a_n\}$的前 5 项和 $S_5=$ ( )

A. 15　　B. 20

C. 25　　D. 35

2. 已知 S_n 为各项均为正数的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_3+a_5+a_7=tS_9$，则 $t=$ ( )

A. 3　　B. $\frac{1}{3}$

C. 2　　D. $\frac{2}{3}$

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_1=S_{25}$，$a_3+a_8=32$，则 $S_{16}=$ ( )

A. 80　　B. 160

C. 176　　D. 198

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，首项 $a_1=-6$，$a_9^2=a_3a_6$，若该数列的前 n 项和 $S_n=0$，则 n 等于 ( )

A. 10　　B. 11

C. 12　　D. 13

5. 在等差数列$\{a_n\}$中，首项 $a_1=0$，公差 $d\neq0$，S_n 是其前 n 项和，若 $a_k=S_6$，则 $k=$ ( )

A. 15　　B. 16

C. 17　　D. 18

6. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_n=2n+3$，其前 n 项和 $S_n=an^2+bn+c$（a,b,c 为常数），则 $a-b+c=$________.

7. 我国古代数学名著《九章算术》中有一道“竹九节”问题.现有一根 9 节的竹子，自上而下各节的容积成等差数列，且上面 4 节的容积共 3 L，下面 3 节的容积共 4 L，则第 5 节的容积为________L，9 节竹子的总容积为________L.

素养提能篇

8. 若 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$\frac{S_5}{5}-\frac{S_3}{3}=2$，则公差 d 的值为 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 3

9. 一百零八塔，位于宁夏吴忠青铜峡市，是始建于西夏时期的喇嘛式实心塔群，是中国现存最大且排列最整齐的喇嘛塔群之一.一百零八塔，因塔群的塔数而得名，塔群随山势凿石分阶而建（如图），由下而上逐层增高，依山势自上而下各层的塔数分别为 1,3,3,5,5,7,…，该数列从第 5 项开始成等差数列，则该塔群最下面三层的塔数之和为 ( )

A. 39　　B. 45

C. 48　　D. 51

10. 已知数列$\{b_n\}$是公差不为 0 的等差数列，且 $b_{12}^2-4b_{12}=b_{2014}^2-4b_{2014}$，则数列$\{b_n\}$的前 2025 项和为 ( )

A. $\frac{2025}{4}$　　B. $\frac{2025}{2}$

C. 2025　　D. 4050

11. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，公差 $d\neq$ 0，则下列等式不可能成立的是 ( )

A. $a_2+a_4=a_6$　　B. $a_2a_8=a_4^2$

C. $S_2+S_4=S_6$　　D. $S_2S_8=S_4^2$

12. （多选题）已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_{10}=0$，$S_{15}=25$，则 ( )

A. $a_5=0$

B. S_n 的最小值为 S_5

C. 使 $S_n<0$ 成立的 n 的最大值为 9

D. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$的前 10 项和为 -15

13. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为等差数列，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n，T_n，若$(2n+3)S_n=(3n-1)T_n$，则$\frac{a_7+a_8+a_9}{b_6+b_{10}}=$________.

14. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，公差为 $d(d\neq0)$，若$\{\sqrt{S_n}\}$也是等差数列，则$\frac{a_1}{d}=$________.

15. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=4n^2-25n$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{|a_n|\}$的前 n 项和 T_n.

16. 将数列$\{n-8\}$和$\{2n-6\}$的公共项从小到大排列得到数列$\{a_n\}$，记$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求使得 $S_n>a_n$ 成立的 n 的最小值.

思维训练篇

17. 设$\{a_n\}$是公差为 d 的等差数列，S_n 为其前 n 项和. 能说明"若 $d>0$，则数列$\{S_n\}$为递增数列"是假命题的一组 a_1 和 d 的值为____________.

18. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_3=9$，$a_5+a_7=30$，$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.

(1)求 a_n 及 S_n；

(2)若数列$\{b_n\}$满足 b_n，$\frac{1}{2}b_{n+1}$，a_n 成等差数列，且 $b_1=3$，求数列$\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$的前 n 项和 T_n.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的性质及其应用

基础 夯实篇

1. 已知等差数列$\{a_n\}$是无穷数列，若 $a_1<a_2<0$，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n　　(　　)

A. 无最大值，有最小值

B. 有最大值，无最小值

C. 有最大值，有最小值

D. 无最大值，无最小值

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，公差 $d<0$，$a_3+a_9=0$，则当$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 最大时，$n=$　　(　　)

A. 5　　B. 6

C. 4 或 5　　D. 5 或 6

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，若当首项 a_1 和公差 d 变化时，$a_5+a_8+a_{11}$ 是定值，则下列选项中为定值的是　　(　　)

A. S_{17}　　B. S_{16}

C. S_{15}　　D. S_{14}

4. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，其前 n 项和为 S_n，若 $S_3=6$，$S_6=18$，则 $S_9=$　　(　　)

A. 30　　B. 36　　C. 40　　D. 48

5. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和是 S_n，若 $-a_m<a_1<-a_{m+1}(m\in\mathbf{N}^*$，且 $m\geqslant2)$，则　　(　　)

A. $S_m>0$，且 $S_{m+1}<0$

B. $S_m<0$，且 $S_{m+1}>0$

C. $S_m>0$，且 $S_{m+1}>0$

D. $S_m<0$，且 $S_{m+1}<0$

6. (多选题)设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_{n+1}=a_n+1$，$S_5=-35$，则　　(　　)

A. $a_7=-3$

B. $S_8=S_{12}$

C. 对任意的 $n\in\mathbf{N}_+$，$S_n\geqslant S_9$ 恒成立

D. 对任意的 $m\in\mathbf{N}_+$，$3S_m+S_{3m}=3S_{2m}$ 恒成立

7. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=an^2+bn(a,b\in\mathbf{R})$且 $a_2=3$，$a_6=11$，则 $S_7=$________.

素养 提能篇

8. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_3=6$，$S_{n-3}=16(n\geqslant4,n\in\mathbf{N}^*)$，$S_n=20$，则 n 的值为　　(　　)

A. 16　　B. 12　　C. 10　　D. 8

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_2\geqslant3$，$S_5\leqslant30$，则 a_1 的最小值是　　(　　)

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

10. 设 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $a_1=-1$，$a_{n+1}=S_n\cdot S_{n+1}$，则 $S_n=$　　(　　)

A. n　　B. $-n$

C. $\frac{1}{n}$　　D. $-\frac{1}{n}$

11. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1>0$，$S_9=-a_5$，则使得 $S_n\geqslant a_n$ 成立的 n 的取值范围为　　(　　)

A. $1\leqslant n\leqslant5,n\in\mathbf{N}^*$　　B. $1\leqslant n\leqslant9,n\in\mathbf{N}^*$

C. $1\leqslant n\leqslant10,n\in\mathbf{N}^*$　　D. $5\leqslant n\leqslant9,n\in\mathbf{N}^*$

12. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_1>0$，$S_{10}=S_{20}$，则下列结论正确的是(　　)

A. $d<0$

B. $a_{16}<0$

C. $S_n\leqslant S_{15}$

D. 当且仅当 $n\geqslant32$ 时，$S_n<0$

13. 已知各项不全为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n. 若 $S_{100}=S_{104}$，$S_k=S_{106}$，则 $k+S_{204}=$________.

14. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2n^2-10n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求 S_n 的最小值.

15. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_3=7$，________.
从① $S_6=51$；② 当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=a_{n-1}-3$；③$S_5=a_3a_5$ 中任选一个，补充在问题中并作答：
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
(2)求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最值.

思维训练篇

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，若 $a_1>0$，$a_{2023}+a_{2024}>0$，$a_{2023}\cdot a_{2024}<0$，则使 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n>0$ 成立的 n 的最大值是________.

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_b=\dfrac{b}{m}$，$S_m=\dfrac{m}{b}$($m,b\in\mathbf{N}_+$，$m\neq b$)，则 S_{m+b} 的取值范围是________.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}+a_n=2n$.
(1)若 $\{a_n\}$ 为等差数列，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
(2)记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若不等式 $(-1)^n\lambda<S_{2n}-8n+9$ 对 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求 λ 的取值范围.

素养测评滚动(一) [范围 5.1~5.2]

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题: 本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 若数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=4a_n+3$,且 $a_1=0$,则 $a_3=$ (　　)

A. 15　　B. 3

C. 12　　D. 4

2. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_5<0$,$a_3+a_8>0$,则当 S_n 取得最小值时,$n=$ (　　)

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

3. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_1=2$,$S_{n+1}=S_n+a_n+4$,则 $S_{200}=$ (　　)

A. 40 000　　B. 60 000

C. 80 000　　D. 100 000

4. 已知首项为 2 的数列$\{a_n\}$满足 $4a_{n+1}-5a_{n+1}a_n-2a_n=2$,则当$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n\geqslant 16$ 时,n 的最小值为 (　　)

A. 40　　B. 41　　C. 42　　D. 43

5. 若数列$\{a_n\}$相邻两项的和依次构成等差数列,则称$\{a_n\}$是"邻和等差数列". 例如,数列 1,2,4,5,7,8,10 为"邻和等差数列". 已知数列$\{a_n\}$是"邻和等差数列",S_n 是$\{a_n\}$的前 n 项和,且 $a_1=0$,$a_2=1$,$a_3=4$,则 $S_{200}=$ (　　)

A. 39 700　　B. 39 800

C. 39 900　　D. 40 000

6. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=pn^2+qn+r$(p,q,r 为常数,且 $p\neq 0$,$n\in\mathbf{N}^*$),则"$\{a_n\}$是等差数列"是"$r=0$"的 (　　)

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

二、多项选择题: 本题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{n-\sqrt{98}}{n-\sqrt{99}}$,$n\in\mathbf{N}^*$,前 n 项积为 S_n,则下列说法正确的是 (　　)

A. 当 $n=10$ 时,a_n 取得最大值

B. 当 $n=9$ 时,a_n 取得最小值

C. $\{S_n\}$是递减数列

D. 当 $n=9$ 时,S_n 取得最小值

8. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=-n^2+17n$,$n\in\mathbf{N}^*$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $\{a_n\}$是递增数列

B. $a_n=-2n+18$

C. S_n 的最大值为$\dfrac{289}{4}$

D. $|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{20}|=204$

三、填空题: 本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若 $a_8+a_{10}-3a_9=a_2-2$,则 $S_{10}=$________.

10. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n^2-kn$,$n\in\mathbf{N}^*$,若$\{a_n\}$是递增数列,则实数 k 的取值范围是________.

11. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_{n+1}=S_n+2^{n+1}$,$a_1=2$,则 $S_n=$________.

四、解答题: 本题共 3 小题,共 43 分.

12. (13 分)记数列$\{a_n\}$的前 n 项积为 T_n,已知 $a_n\neq 0$,且 $a_n+T_n=a_n\cdot T_n$.

(1)求 a_1,a_2;

(2)求 T_n.

13. (15 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=2n^2-18n$, $n\in \mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)判断数列$\{a_n\}$是否是等差数列?若是,给出证明;若不是,请说明理由.

(3)求 S_n 的最小值,并求 S_n 取最小值时 n 的值.

14. (15 分)已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $1,\sqrt{S_n},a_n$ 成等差数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设集合 $A=\left\{k\,\middle|\,a_k=\frac{a_{n+1}a_{n+3}}{a_n},k\in \mathbf{N}^*,n\in \mathbf{N}^*\right\}$,求集合 A.